السنة الرابعة والعشرون/ عدد خاص/ تموز 2026
https://doi.org/10.31272/ijes.v24.1571

المجلة العراقية للعلوم الاقتصادية
Iraqi Journal For
Economic Sciences

PISSN : 1812-8742 EISSE : 2791-092X Arcif : 0.375

A Comparative Study of Seasonal and Conditional Heteroskedasticity Models in Time Series Using Simulation

دراسة مقارنة للنماذج الموسمية والتباين الشرطي في السلاسل الزمنية باستخدام المحاكاة

عبدالله عمار محمد محمد امين
Abdullah Ammar Mohamed
abdullah.ammar2401m@coadec.uobaghdad.edu.iq

أ.د. فراس احمد محمد
Firas Ahmed Mohammed
firasmohana@coadec.uobaghdad.edu.iq

كلية الإدارة والاقتصاد جامعة بغداد

Abstract

This study evaluates the performance of the hybrid SARIMA–GARCH model in representing seasonal time series characterized by heteroskedastic volatility, using a Monte Carlo simulation framework under a controlled data-generating process (DGP). The approach combines SARIMA for modelling the conditional mean and GARCH for capturing the conditional variance, under both Gaussian and Student-t error distributions. Results reveal that the SARIMA model suffers from a structural inability to recover the true structure of conditional variance, as its RMSE remains high and unstable even with increasing sample size stemming from its assumption of constant variance. In contrast, the hybrid SARIMA–GARCH model demonstrates a clear methodological improvement: its RMSE declines systematically with larger sample sizes, confirming its capacity to accurately represent volatility dynamics, particularly in heavy-tailed environments. These findings indicate that jointly modelling the mean and variance components constitutes a well-justified methodological choice for analyzing real-world financial time series that exhibit both seasonality and time-varying volatility.

Keywords: SARIMA, GARCH, SARIMA-GARCH, Monte Carlo simulation, Time Series.

المستخلص:

تهدف هذه الدراسة إلى تقييم أداء النموذج الهجين SARIMA–GARCH في تمثيل السلاسل الزمنية الموسمية ذات التباين غير المتجانس، وذلك عبر إطار محاكاة مونت كارلو يجمع بين نمذجة المتوسط عبر SARIMA والتباين الشرطي عبر GARCH، تحت افتراضَي التوزيع الطبيعي وتوزيع Student-t. وأظهرت النتائج عجز نموذج SARIMA بنيويًا عن استعادة هيكل التباين الشرطي، إذ يظل RMSE الخاص به مرتفعًا وغير مستقر حتى مع زيادة حجم العينة. في المقابل، يحقّق النموذج الهجين تحسّنًا منهجيًا واضحًا، حيث ينخفض RMSE لديه تدريجيًا مع كِبَر العينة، مما يؤكد قدرته على تمثيل ديناميكية التقلّب بدقة أعلى، خاصة في البيئات ذات الذيول الثقيلة. وتشير هذه النتائج إلى أن دمج نمذجة المتوسط والتباين يمثل خيارًا منهجيًا مبررًا لتحليل السلاسل

المالية الواقعية التي تجمع بين الموسمية وعدم تجانس التباين.

الكلمات الرئيسية: SARIMA, GARCH, SARIMA-GARCH , السلاسل الزمنية، محاكاة مونت كارلو

1. منهجية البحث

اولا: مشـــكلة البحـــث : تتميز النماذج الموسمية مثل SARIMA بقدرتها العالية على تمثيل السلوك الموسمي في السلاسل الزمنية، إلا أنها تعتمد على افتراض تجانس التباين الشرطي، وهو افتراض غالبًا ما لا يتحقق في السلاسل الاقتصادية والمالية التي تتسم بتكتّل التقلبات، مما يؤدي إلى ضعف كفاءة التقدير ودقة التنبؤ. وفي المقابل، تُعدّ نماذج GARCH فعّالة في تمثيل التقلبات وعدم تجانس التباين، لكنها لا تعكس السلوك الموسمي في مكوّن المتوسط، الأمر الذي يجعل استخدامها منفردًا غير كافٍ لتمثيل البنية الزمنية الكاملة للسلسلة الزمنية. إضافة الى قلة استعمال النموذج الهجين SARIMA–GARCH في الدراسات الخاصة بالسلاسل الزمنية.

ثانيًـــا: هـــدف البحـــث: يهدف البحث الى معرفة مدى تفوق النموذج الهجين SARIMA–GARCH مقارنةً بنموذج SARIMA المنفرد، وذلك بالاعتماد على كفاءة تقدير المعلمات ودقة التنبؤ وجودة تمثيل التباين الشرطي عبر أحجام عينات مختلفة (200،500،1000،1500) ، تحت افتراض توزيعيين للأخطاء، هما التوزيع الطبيعي وتوزيع Student-t ذي الذيول الثقيلة وضمن إطار محاكاة مونت كارلو.

ثالثًا: اهمية البحث: تكمن أهمية البحث في اعتماد إطار تقييم منهجي قائم على محاكاة مونت كارلو لمقارنة أداء نموذج SARIMA والنموذج الهجين SARIMA–GARCH في السلاسل الزمنية المالية.

رابعًا: منهج البحث: يعتمد هذا البحث على المنهج التجريبي الكمي باستخدام أسلوب محاكاة مونت كارلو لدراسة خصائص وأداء نماذج السلاسل الزمنية الموسمية في ظل عدم تجانس التباين الشرطي .وتم توليد سلاسل زمنية اصطناعية تتسم بسلوك موسمي وتقلّب غير ثابت، ثم تقدير النماذج المدروسة ومقارنتها من حيث الأداء الإحصائي. وقد أُجريت المقارنة بالاعتماد على 1000 تكرار محاكاة وباستخدام مقياس إحصائي (RMSE) ، إضافةً إلى مؤشرات جودة تمثيل التباين الشرطي، وذلك عبر أحجام عينات مختلفة لدراسة أثر حجم العينة في دقة التقدير واستقرار أداء النماذج.

خامسًا: هيكليـة البحـث: يتكوّن البحث من خمسة أقسام رئيسة يتناول القسم الأول الإطار النظري لنماذج GARCH, SARIMA و SARIMA-GARCH في حين يركّز القسم الثاني على منهجية البحث وتصميم المحاكاة. ويعرض القسم الثالث النتائج المتحصّل عليها ومناقشتها بينما يتضمن القسم الرابع الاستنتاجات الرئيسة والتوصيات، ويُختتم البحث بقائمة المصادر.

المحور الاول: الجانب النظري

1. **النمـــوذج المـــوسمي المضـــاعف [SARIMA]** يُعد نموذج الانحدار الذاتي المتكامل والمتوسطات المتحركة الموسمي امتدادًا طبيعيًا لنموذجARIMA ويُستخدم عند وجود أنماط موسمية منتظمة في السلسلة الزمنية(Hyndman & Athanasopoulos, 2018)، كما هو الحال في البيانات الشهرية أو الفصلية. ويتكوّن النموذج من جزأين رئيسيين: (Wei, 2006) (Peng et al., 2025) (Box et al., 2016)

- يمثل الجزء غير الموسمي من النموذج بالرتب (p,d,q)
- يمثل الجزء الموسمي من النموذج بالرتب $(P,D,Q)_s$

حيث يمثّل s طول الدورة الموسمية وتشير d وD إلى درجات التفاضل غير الموسمية

والموسمية على التوالي. ويُصاغ النموذج رياضيًا على الشكل التالي:

$$\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{B^s})\emptyset(\mathbf{B})(\mathbf{1}-\mathbf{B})^{\mathbf{d}}(\mathbf{1}-\mathbf{B^s})^{\mathbf{D}}\mathbf{Y_t}=\boldsymbol{\mu}+\boldsymbol{\theta}(\mathbf{B})\boldsymbol{\vartheta}(\mathbf{B^s})\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{t}}\ \cdots\ (\mathbf{1})$$

حيث: $\boldsymbol{B}$: عامل الإزاحة الخلفية (Backshift Operator) ،

$\emptyset(\boldsymbol{B})\ ,\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{B})$: هما كثيرتا حدود المكوّن غير الموسمي (AR و MA)

$\boldsymbol{\vartheta}(\mathbf{B^s}),\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{B^s})$: التمثيل الموسمي

$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{t}}$: هو البواقي ذات المتوسط الصفري والتباين الثابت،

$\boldsymbol{\mu}$: هو الحد الثابت (إن وُجد).

يُقدَّر نموذج SARIMA في الغالب باستخدام طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Estimation–MLE) وتحدد رتبة النموذج $(P,D,Q)(p,d,q)_s$ بالاعتماد على مجموعة من المعايير المعلوماتية مثل (AIC, BIC,HQIC)

ورغم فعالية SARIMA في تمثيل الديناميكية الموسمية وغير الموسمية فإن أحد افتراضاته الأساسية يتمثّل في ثبات التباين الشرطي(Brockwell & Davis, 2002) أي:

$$\mathbf{Var}(\boldsymbol{\varepsilon_t}/\boldsymbol{F_{t-1}})=\boldsymbol{\sigma^2}$$

هذا الافتراض يتعارض صراحةً مع سلوك العديد من السلاسل المالية والاقتصادية، التي تُظهر ظاهرة تجمّع التقلبات (volatility clustering) أي أن الصدمات الكبيرة تميل إلى التتابع، مما يولّد تغايرًا غير ثابت عبر الزمن. ونتيجةً لذلك فإن نموذجSARIMA رغم كفاءته في تمثيل المتوسط غير كافٍ لنمذجة السلاسل التي تجمع بين الموسمية والتغاير غير الثابت وهو ما يبرر الحاجة إلى دمج نماذج تغاير التباين الشرطي، مثلGARCH في إطار هجين.

2. **نماذج التقلب الشرطي (GARCH):** يُعدّ نموذج التغاير الشرطي الذاتي الانحداري المعمَّم (GARCH) من النماذج الإحصائية الشائعة لتمثيل تقلّب (volatility) بيانات السلاسل الزمنية . وقد قدم (Bollerslev,1986) هذا النموذج كتعميم لنموذج التغاير الشرطي الذاتي الانحداري (ARCH) الذي طوره (Engle,1982) يتميّز نموذج GARCH بقدرته على نمذجة التباين الشرطي (conditional variance) على أنه دالةٌ من مربعات الأخطاء السابقة وقيم التباين الشرطي السابقة .ويمكن كتابة معادلته بالشكل التالي: (Engle, 1982) (Bollerslev, 1986) (Nelson, 1990) (Francq & Zakoian, 2019)

$$\varepsilon_t=\boldsymbol{\sigma_t z_t}\ ,\qquad \boldsymbol{z_t}\overset{i.i.d}{\sim}\boldsymbol{N}(\mathbf{0},\mathbf{1})$$

حيث ε_t يمثّل الأخطاء العشوائية التي تُفترض متوسطها الصفري، يُعرَّف نموذج(GARCH(p, q للتباين الشرطي كما يلي :

$$\boldsymbol{\sigma_t^2}=\boldsymbol{\alpha_o}+\sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{p}}\boldsymbol{\alpha_i}\ \boldsymbol{\varepsilon_{t-i}}^2+\sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{q}}\boldsymbol{\beta_j}\ \boldsymbol{\sigma_{t-1}}\ \cdots\ (\mathbf{2})$$

حيث يمثّل $Var(\varepsilon_t/F_{t-1})=\sigma^2$ التباين الشرطي عند الزمن t، وتمثل εt بواقي نموذج المتوسط الشرطي، مثل نموذجSARIMA، وتُفسَّر معلمات النموذج اقتصاديًا على النحو الآتي:

$\alpha_o>0$: يمثل الحد الثابت في النموذج.

$\alpha_i\geq 0$: تمثل تأثير الصدمات السابقة (مكونات ARCH)

$\beta_j\ \geq 0$: تمثل تأثير التباينات السابقة (مكونات GARCH) لضمان استقرار التباين الشرطي وعدم انفجاره مع مرور الزمن، يجب أن يحقق نموذج GARCH(p,q) الشرط التالي (Ling & McAleer, 2003):

$$\sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{p}}\boldsymbol{\alpha_i}+\sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{q}}\boldsymbol{\beta_j}\ <\mathbf{1}\ \cdots\ (\mathbf{3})$$

هذ الشرط يضمن أن أثر أي صدمة على التباين يتلاشى تدريجيًا مع الزمن، وهو أمر جوهري لاستقرار النموذج كما بين (Nelson, 1990).

3. **النموذج الهجين SARIMA–GARCH** (Rubio et al., 2023)**:** يجمع نموذج

SARIMA–GARCH بين نموذج الخطي باستخدام نموذج SARIMAونمذجة التباين الشرطي باستخدام نموذج GARCH ، بما يسمح بفصل ديناميكية الموسمية عن ديناميكية التقلّب. ويُعد هذا الدمج مناسبًا للسلاسل الزمنية التي تُظهر اعتمادًا زمنيًا في المتوسط إلى جانب عدم تجانس في التباين، مما يوفّر تمثيلًا أكثر دقة وواقعية لخصائص البيانات وكما أثبتت بعض الدراسات التطبيقية الحديثة (Ghiyal & Kumar, 2024) ,وفي هذه الدراسة تم اعتماد أسلوب التقدير على خطوتين (Two-step estimation)، حيث جرى في الخطوة الأولى تقدير نموذج SARIMA لتمثيل المركبة الخطية استُخدمت البواقي الناتجة من هذا التقدير في الخطوة الثانية لتقدير نموذج GARCH الخاص بالمركبة غير الخطية. ويُعد هذا الأسلوب شائعًا في الأدبيات التطبيقية لنمذجة السلاسل الزمنية المتقلبة، نظرًا لبساطته واستقراره العددي وكفاءته في الفصل بين ديناميكية المتوسط وديناميكية التباين (Mao et al., 2018) (Liu et al., 2011) (Ghiyal & Kumar, 2024)

خطوات توليد البيانات: يُبنى النموذج الهجين SARIMA–GARCH وفق منهجية منظمة تفصل بين تمثيل المتوسط الشرطي والتباين الشرطي، وفق الخطوات التالية:

1. توليد صدمات عشوائية ذات تباين غير ثابت

تم استخدام نموذج GARCHأولًا لتوليد سلسلة من الأخطاء العشوائية التي تُظهر عدم تجانس في التباين وتكتلًا في التقلّب.

2. إدخال الأخطاء غير المتجانسة في نموذج المتوسط (SARIMA)

أُدرجت هذه الأخطاء داخل نموذج SARIMA لتوليد سلسلة زمنية تجمع بين السلوك الخطي والموسمي في المتوسط والتقلب غير الثابت في التباين.

3. تقدير نموذج SARIMA واستخراج البواقي

تم تقدير نموذج SARIMA على البيانات المتولدة، ثم استخراج البواقي الناتجة عنه، والتي تمثّل تقديرًا تجريبيًا للأخطاء العشوائية.

4. تقدير نموذج GARCH على البواقي

بعد تقدير المكوّن الخطي باستخدام نموذج SARIMA واستخراج البواقي وفق العلاقة: $\boldsymbol{y_t - \widehat{L_t} = e_t}$تمثل هذه البواقي المكوّن اللاخطي المتبقي في السلسلة، والذي يُعزى إلى عدم تجانس التباين وتكتّل التقلبات. وبناءً عليه، يتم تقدير نموذج GARCHعلى البواقي لنمذجة التباين الشرطي واستخراج تقدير المكوّن اللاخطي $\widehat{e_t}$ وبما يسمح ببناء التنبؤ النهائي للنموذج الهجين وفق الصيغة: $\boldsymbol{\widehat{y_t} = \widehat{L_t} + \widehat{e_t}}$

5. فحص البواقي المعيارية للنموذج الهجين

أُعيد تطبيق اختبار Ljung-Box على البواقي المعيارية ومربعاتها للتحقق من زوال آثار عدم تجانس التباين والارتباط الذاتي، وبذلك تأكيد نجاح النموذج الهجين في تمثيل البيانات المتولدة.

المحور الثاني: الجانب التطبيقي

1.تصميم محاكاة مونت كارلو: في إطار تقييم موثوقية النموذج الهجين تحت ظروف مختلفة، تم تصميم تجربة محاكاة مونت كارلو مزدوجة(Tong & Chatfield, 1981) تعتمد على نموذجَيْ توليد بيانات (DGP) مختلفَيْن من حيث توزيع الخطأ

أ- السيناريو الأول: يُولّد الأخطاء من التوزيع الطبيعي القياسي zt~N(0,1) وهو الافتراض التقليدي في كثير من التطبيقات الخطية.

ب- السيناريو الثاني: يُولّد الأخطاء من توزيع Student-t ذي درجات حرية v=6 ، لتمثيل الذيول

الثقيلة (heavy tails)التي تميّز السلاسل الزمنية المالية والاقتصادية الواقعية. كما أشارت الدراسات الحديثة إلى أهمية استخدام توزيعات بديلة (Rubio et al., 2023). وفي كلا السيناريوهين، تم تقدير النموذج الهجين SARIMA–GARCH باستخدام نفس الإجراء التدريجي (SARIMAأولًا، ثم GARCH على البواقي) ويهدف هذا التصميم إلى فحص:

- مدى حساسية أداء النموذج الهجين لتغيّر توزيع الأخطاء،
- ما إذا كانت مزايا النموذج الهجين تظل قائمة حتى تحت الافتراضات غير الواقعية مثل التوزيع الطبيعي
- مقارنة في دقة تمثيل التقلّب بين السيناريوهين، خاصة في العينات الصغيرة.

أُجريت المحاكاة أربعة أحجام عينات مختلفة n=200,500 ,1000,1500 وبعدد تكرارات قدره (R=1000)(Robert et al., 2004) لكل حجم عينة، وذلك لتقييم دقة تقدير معلمات النموذج الهجين (كلٍّ من SARIMA وGARCH) واستقرار خصائصه الإحصائية عبر تجارب مستقلة. كما تم تضمين فترة حرق (Burn-in) مقدارها (500) ملاحظة قبل كل تجربة، بهدف ضمان استقرار العملية العشوائية وتقليل تأثير القيم الابتدائية على ديناميكية التباين.

2. إجراءات التقدير(Estimation Procedure) : تم تنفيذ إجراءات التقدير وفق التسلسل الآتي: (Al-Momani & Dawod, 2022)

أ- تقدير نموذج SARIMA على البيانات المتولدة واستخراج البواقي وفق أسلوب الإمكان الأعظم كما هو موضح في(Hamilton, 2020).

ب- تُبنى القيم المقدَّرة أو المتنبأ بها للنموذج الهجين SARIMA–GARCH من خلال الجمع بين مكوّن المتوسط الشرطي المقدَّر بواسطة نموذج SARIMA ومكوّن التباين الشرطي المقدَّر بواسطة نموذج GARCH، بما يوفّر تمثيلًا أكثر واقعية لخصائص السلسلة الزمنية.

3.مقاييس التقييم: (Evaluation Metrics)لضمان تقييم شامل لأداء النموذج الهجين، تم استخدام مجموعة من المقاييس الإحصائية (Hyndman & Koehler, 2006)التي تميّز بين كفاءة تقدير المعلمات وجودة تمثيل التباين الشرطي، وفق الآتي:

أ- تقييم تقدير معلمات النموذج: لكل معلمة θ (مثل β, α, ω في GARCH) عبر R=1000 تجربة محاكات وحسب مؤشر جذر متوسط مربع الخطأ:(RMSE)

$$\mathbf{RMSE}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \sqrt[2]{\frac{1}{R}\sum_{t=1}^{R}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_r - \boldsymbol{\theta}_{true})^2} \quad \cdots (4)$$

تعكس هذه المقاييس دقة وثبات تقديرات المعلمات: كلما اقترب الانحياز من الصفر وانخفضRMSE ، كان التقدير أكثر كفاءة.

ب- تقييم جودة تمثيل التباين الشرطي من خلال جذر متوسط مربع الخطأ (RMSE) للتباين الشرطي:

$$\boldsymbol{RMSE}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}^2) = \sqrt[2]{\frac{1}{\mathrm{R}}\sum_{\mathrm{t=1}}^{\mathrm{R}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{\mathrm{t}}^2 - \boldsymbol{\sigma}_{t,true}^2)^2} \quad \cdots (5)$$

4.نتائج المحاكاة[Simulation Results]: في إطار منهجية مونت كارلو، اعتمد نموذجًا مولّدًا للبيانات وفق المنهجية المعتمدة في الادبيات(Gourieroux et al., 1996) حيث تكون فيه جميع معلمات النموذج الخطية (المتعلقة بمكوّن المتوسط) وغير الخطية (المتعلقة بمكوّن التباين) معروفة مسبقًا، لاستخدامها كقيم حقيقية مرجعية في تقييم دقة المقدّرات. حيث فُرضت معلمات الجزء الخطي (نموذج SARIMA) على النحو التالي $\boldsymbol{\theta_1 = -0.3, \varphi_1 =}$ $\boldsymbol{\emptyset_1 = 0.5,\ 0.4, \vartheta_1 = -0.2}$ لضمان استقرار النموذج وانعكاسيته، ولتمثيل تأثيرات خطية متوسطة الحجم ذات إشارات متنوعة،بما يتماشى مع الممارسات المعيارية في أدبيات المحاكاة في حين حُدّدت معلمات نموذج التباين الشرطيGARCH(1,1)كما يلي: $\boldsymbol{\alpha_0 = 0.10 , \alpha_1 =}$ $\boldsymbol{0.20 , \beta_1 = 0.7}$ وتُعتبر هذه القيم الحقيقية التي تُقاس عليها كفاءة التقدير (جذر متوسط

مربع الخطأ) في بيئة محاكاة مونت كارلو . وبناءً على هذا جُرى توليد سلسلة زمنية اصطناعية yt وفق هيكل هجين يتكون من مرحلتين:

1. مكوّن المتوسط: يخضع لنموذج $SARIMA(1,0,1)(1,0,1)_{12}$ المُعطى بالعلاقة:

$$\emptyset(B)\varphi(B^{12})Y_t = \theta(B)\vartheta(B^{12})\varepsilon_t$$

2. مكوّن الأخطاء: تم توليد ε_t من نموذج GARCH(1,1) وفق الصيغة :

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \ , \qquad \sigma_t^2 = \omega + \alpha_1\, {\varepsilon_{t-1}}^2 + \beta_1\, \sigma_{t-1}^2$$

حيث تم افتراض توزيعين ل z_t :

- التوزيع الطبيعي القياسي $z_t \sim N(0,1)$ في السيناريو الأول .
- توزيع Student-t ذي درجة حرية $v = 6$ في السيناريو الثاني $z_t \sim t_v(0,1)$

يعكس هذه الاجراء المنهجية التطبيقة الشائعة في تحليل السلاسل الزمنية المالية حيث يقدر مكون المتوسط اولاً باستخدام نموذج SARIMA ثم تنمذج ديناميكية التباين الشرطي عبر نموذج GARCH اعتماداً على البواقي . ويتيح هذا التسلسل تقيماً واقعياً لفاعلية النموذج الهجين GARCH–SARIMA في تمثيل الموسمية وتجم التقلبات في التباين ضمن إطار محاكاة يحاكي ظروف التطبيق العملي تحت افتراضات توزيعية متنوعة .

تقييم كفاءة تقدير معلمات GARCH

جدول (1): تقدير معلمة التباين الثابت ω

Dist	T	Mean	SD	RMSE
Normal	200	0.1111	0.1123	0.1128
	500	0.1196	0.0645	0.0673
	1000	0.1099	0.0413	0.0424
	1500	0.105	0.0312	0.0316
StudentT	200	0.1001	0.1054	0.1054
	500	0.1093	0.0689	0.0695
	1000	0.1031	0.0392	0.0393
	1500	0.1	0.0293	0.0292

بافتراض أن القيمة الحقيقية لمعلمة الحد الثابت في معادلة التباين الشرطي هي ω=0.10 ، تتحسّن دقة تقديرها بشكل ملحوظ مع زيادة حجم العينة، حيث يقترب المتوسط من القيمة الحقيقية وينخفض كلٌّ من الانحراف المعياري وRMSE. كما يُظهر التوزيع Student-t أداءً أكثر استقرارًا في العينات الصغيرة بفضل تمثيله للذيول الثقيلة، بينما يتلاشى تأثير شكل التوزيع في العينات الكبيرة، وتتقارب نتائج التقدير بين السيناريوهين.

جدول (2): تقدير معلمة تأثير الصدمات α1

Dist	T	Mean	SD	RMSE
Normal	200	0.1518	0.1054	0.1159
	500	0.1739	0.0554	0.0612
	1000	0.1751	0.0349	0.0428
	1500	0.1751	0.0282	0.0376
Student-T	200	0.1543	0.1186	0.127
	500	0.1748	0.0713	0.0756
	1000	0.1767	0.045	0.0506
	1500	0.1765	0.0348	0.042

بافتراض أن القيمة الحقيقية لمعلمة تأثير الصدمات في نموذج GARCH(1,1) هي α=0.20، تُظهر نتائج محاكاة مونت كارلو أن دقة تقدير هذه المعلمة تتحسّن بصورة منتظمة مع زيادة حجم العينة تحت كلا الافتراضين التوزيعيين، حيث ينخفض كلٌّ من التشتت و RMSE ويقترب متوسط التقدير من القيمة الحقيقية، بما يعكس الخصائص التقاربية لمقدِّر GARCH . كما يتضح أن افتراض Student-t يوفّر متانة أعلى في العينات الصغيرة نظرًا لقدرته الأفضل على تمثيل الأخطاء ذات الذيول الثقيلة، بينما يتضاءل تأثير شكل التوزيع في العينات الكبيرة، فتتقارب نتائج التقدير بين السيناريوهين.

جدول (3): تقدير معلمة الاستمرارية β

Dist	T	Mean	SD	RMSE
Normal	200	0.7389	0.1967	0.2005
	500	0.7054	0.1042	0.1043
	1000	0.7167	0.0622	0.0644
	1500	0.7224	0.0486	0.0535
Student-T	200	0.749	0.203	0.2087
	500	0.7157	0.1238	0.1248
	1000	0.7202	0.0715	0.0743
	1500	0.7242	0.0539	0.0591

بافتراض أن القيمة الحقيقية لمعلمة الاستمرارية في نموذج GARCH(1,1)، هي $\beta=0.70$ تُظهر النتائج أن دقة تقدير هذه المعلمة تتحسّن مع زيادة حجم العينة، حيث ينخفض التشتت و RMSE ويقترب متوسط التقدير من القيمة الحقيقية. ويكون التقدير أقل استقرارًا في العينات الصغيرة، خاصة تحت توزيع Student-t، قبل أن يتلاشى أثر الافتراض التوزيعي مع كِبَر العينة وتستقر خصائص التقدير بين السيناريوهين.

جدول (4): مقارنة أداء التنبؤ بين نموذجي SARIMA والنموذج الهجين SARIMA–GARCH وفق مقياسRMSE

Dist	T	Mean_RMSE_SARIMA	Mean_RMSE_HYBRID
Normal	200	0.7775	0.3696
	500	0.7543	0.2559
	1000	0.8581	0.2225
	1500	0.8458	0.2005
Student-T	200	1.7531	0.7067
	500	1.5039	0.4826
	1000	3.4672	1.0754
	1500	2.9489	0.8859

تُظهر المقارنة في الجدول (4) أن نموذج SARIMA، القائم على افتراض تجانس التباين، يعجز بنيويًا عن التعامل مع البيانات المُولَّدة من عملية ذات تباين شرطي متغير، إذ يظل RMSE الخاص به مرتفعًا وغير مستقر حتى مع زيادة حجم العينة. في المقابل، يحقّق النموذج الهجين SARIMA–GARCH تحسّنًا منهجيًا واضحًا وهو ما يتفق مع نتائج الدراسات الحديثة(Rubio et al., 2023)، حيث ينخفض RMSE لديه تدريجيًا مع كِبَر العينة، مما يعكس قدرته على التقاط ديناميكية التقلبات بدقة أعلى، خاصة في السيناريو القائم على Student-t الذي يحاكي السياقات الواقعية ذات الذيول الثقيلة.

الاستنتاجات

1- تؤكد نتائج هذه الدراسة أن نمذجة التباين الشرطي تمثل عنصرًا جوهريًا لا غنى عنه عند تحليل السلاسل الزمنية التي تجمع بين الموسمية وتجمّع التقلبات.

2- بيّنت نتائج محاكاة مونت كارلو، عبر أحجام عينات مختلفة وتحت افتراضات توزيعية بديلة، أن النموذج الهجينSARIMA–GARCH يتفوّق بصورة منهجية على نموذج SARIMA التقليدي في دقة التنبؤ، خاصة في السياقات ذات التباين غير المتجانس والذيول الثقيلة.

3- يتبيّن أن دقة تقدير معلمات مكوّن التباين (GARCH) في النموذج الهجين تتحسّن مع زيادة حجم العينة، كما يتراجع تأثير الافتراض التوزيعي في العينات الكبيرة، مما يعزز متانة هذا المكوّن وقدرته على التكيّف مع الخصائص الإحصائية للسياقات الواقعية ذات التباين غير المتجانس.

4- على الرغم من اعتماد هذه الدراسة على إطار محاكاة مونت كارلو، فإن نتائجها تنطوي على تطبيقات عملية واضحة، إذ يمكن توظيف نموذج SARIMA–GARCH الهجين في تحليل بيانات زمنية حقيقية تتسم بالموسمية وتكتّل التقلبات، مثل أسعار النفط، مؤشرات التضخم، أسعار الصرف، عوائد الأسهم، أو مؤشرات الاقتصاد الكلي. وفي مثل هذه الحالات، يُتوقع أن يوفّر النموذج الهجين تنبؤات أكثر دقة وفواصل تنبؤ احتمالية أكثر موثوقية مقارنةً بنموذج SARIMA التقليدي، لا سيما في فترات الصدمات الاقتصادية وعدم الاستقرار.

التوصيات

1- يوصي البحث باعتماد إطار SARIMA–GARCH كخيار منهجي قياسي في الدراسات التطبيقية التي تتعامل مع بيانات مالية أو اقتصادية حساسة للصدمات، لما يوفّره من تمثيل أكثر واقعية لديناميكية التباين وتحسين ملموس في جودة التنبؤ الاحتمالي، إذ يتيح التمثيل الدقيق لمسار التباين الشرطي بناء فواصل تنبؤ أكثر موثوقية وقدرة أعلى على توصيف عدم اليقين المرتبط بالتقلبات المستقبلية.

2- تفتح هذه النتائج المجال أمام أبحاث مستقبلية لتوسيع الإطار الهجين نحو نماذج أكثر مرونة في تمثيل عدم التماثل والتقلبات الشديدة، بما يعزّز دقة التحليل وجدواه التطبيقية.

References المصادر

a. Al-Momani, M., & Dawod, A. B. A. (2022). Model selection and post selection to improve the estimation of the ARCH model. Journal of Risk and Financial Management, 15(4), 174.

b. Bollerslev, T. (1986). GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTICITY. In Journal of Econometrics (Vol. 31.(

c. Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (2016). Time Series Analysis: Forecasting and Control (Fifth Edit). John Wiley & Sons, Inc.

d. Brockwell, P. J., & Davis, R. A. (2002). Introduction to time series and forecasting. Springer.

e. Engle, R. F1982Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 987–1007.

f. Francq, C., & Zakoian, J.-M. (2019). GARCH models: structure, statistical inference and financial applications. John Wiley & Sons.

g. Ghiyal, P., & Kumar, J. (2024). Use of hybrid SARIMA-GARCH model for predicting the prices of agricultural product in Haryana. 9(2), 101–107.

h. Gourieroux, C., Monfort, A., & Renault, E. (1996). Two-stage generalized moment method with applications to regressions with heteroscedasticity of unknown form. Journal of Statistical Planning and Inference, 50(1), 37–63.

i. Hamilton, J. D. (2020). Time series analysis. Princeton university press.

j. Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2018). Forecasting: principles and practice. OTexts.

k. Hyndman, R. J., & Koehler, A. B. (2006). Another look at measures of forecast accuracy. International Journal of Forecasting, 22(4), 679–688.

l. Ling, S., & McAleer, M. (2003). Asymptotic theory for a vector ARMA-GARCH model. Econometric Theory, 19(2), 280–310.

m. Liu, H., Erdem, E., &2011)omprehensive evaluation of ARMA–GARCH (-M) approaches for modeling the mean and volatility of wind speed. Applied Energy, 88(3), 724–732.

n. Mao, Q., Zhang, K., Yan, W., & Cheng, C. (2018). Forecasting the incidence of tuberculosis in China using the seasonal auto-regressive integrated moving average (SARIMA) model. Journal of Infection and Public Health, 11(5), 707–712.

o. Nelson, D. B. (1990). Stationarity and persistence in the GARCH (1, 1) model. Econometric Theory, 6(3), 318–334.

p. Peng, P.-Y., Duan, H.-Y., Xu, L., Sun, J.-Q., Ma, L.-J., Zu, Y., & Yan, T.-L. (2025). A Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA) forecasting model to predict the epidemic trends of scrub typhus in China. Plos One, 20(6), 1–14.

q. Robert, C. P., Casella, G., & Casella, G. (2004). Monte Carlo statistical methods (Vol. 2). Springer.

r. Rubio, LPalacio Pinedo, A., Mejía Castaño, A., & Ramos, F2023Forecasting volatility by using wavelet transform, ARIMA and GARCH models. Eurasian Economic Review,3(33–830.

s. Tong, H., & Chatfield, C. (1981). The Analysis of Time Series: An Introduction. In Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General) (Fifth edit, Vol. 144, Issue 3). Chapman & Hall/CRC. https://doi.org/10.2307/2981806

t. Wei, W. W. S. (2006). Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods SECOND EDITION Technologies (2nd ed.). Pearson Addison Wesley.