

التنبؤ بمبيعات البنك المركزي من العملة الأجنبية باستخدام (نموذج دالة التحويل العشوائي)

سولاف صبري لفتة**

أ.م.د. جواد كاظم الموسوي *

المستخلص

ان نماذج دالة التحويل العشوائي تلعب دوراً مهماً في تحليل السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات ، فهي تعد من الموضوعات التي لها اهمية تطبيقية في المجالات الاقتصادية والصناعية وغيرها . لقد طبقت هذه الدراسة على بيانات شهرية لسلاسل زمنية تمثل فجوة الطلب للعملة الاجنبية ، ومبيعات العملة الاجنبية . وقد تم التوصل من خلال مقارنة الانموذج المدروس احادي المدخلات احادي المخرجات الذي يسمى اختصاراً SISO مع انموذج آخر مقترح وهو : انموذج ARMA احادي المتغيرات الى ان الانموذج المدروس كان الافضل اعتماداً على المعايير NBIC,NAIC,MSE .

Abstract

The Transfer Function – Noise Models have an important role in Multivariate Time Series Analysis , and it consider as one of the Subjects that have an urgent Application in Economic ,Industrial fields , ..., ect .

The Application was on monthly data of time series , namely , Demand gap of foreign currency , and the sales of foreign currency . The studied Model , the Transfer Function – Noise with single inputs – single output (SISO) is compared with other suggested Model , namely , ARMA Model , and it is found that the studied Model is the best depends on the measurements MSE , NAIC , NBIC .

المقدمة:

تعد عملية التخطيط من أهم المسببات الرئيسة في تطور الأمم وتقدمها ، وإن التخطيط الجيد هو الذي يعتمد في بناء البرامج التنموية على الأساليب العلمية المتطورة وبالأخص الأساليب الإحصائية الحديثة ، ومنها استخدام نماذج السلاسل الزمنية في تحليل الظواهر بشكل عام ، الأمر الذي فتح المجال الواسع للباحثين في دراسة موضوع السلاسل الزمنية وتحليلها لكونها من المواضيع المهمة في تحليل وتفسير سلوك الظواهر من خلال دراسة تطورها التاريخي عبر فترات زمنية قد تكون يومية أو فصلية أو شهرية الخ ، وذلك لأغراض التنبؤ بما سيحدث في مستقبل هذه الظواهر بأقل خطأ ممكن . وأن هذه العملية تتطلب دراسة تحليلية وافية للنماذج الإحصائية بأعداد أساليب رياضية وعلمية التي يمكن معاملتها مع متغيرات الحاضر وتوقعات المستقبل . وتشير الأدبيات الاقتصادية الى أن دراسة فجوة الطلب التي تمثل كمية المشتريات من العملة الأجنبية مطروحاً منها كمية المبيعات ، و أن دراسة مشتريات ومبيعات

* عضو هيئة تدريس/الجامعة المستنصرية/كلية الادارة والاقتصاد
** طالبة ماجستير / قسم الأحصاء/كلية الادارة والاقتصاد/ الجامعة المستنصرية.

البنك المركزي للعملة الأجنبية تهدف الى البحث عن الوسائل والإجراءات التي من شأنها تحقيق الإستقرار لسعر صرف العملة الوطنية تجاه العملات الأجنبية المختلفة قدر الإمكان .

2- هدف البحث :

إن من أهم الأهداف الرئيسية لهذه الدراسة هو التنبؤ بمبيعات البنك المركزي من العملة الأجنبية باستخدام نموذج دالة التحويل بمدخلات تمثل فجوة الطلب ومخرجات تمثل المبيعات .

3- دالة التحويل وانموذج

دالة التحويل العشوائي [5, 6,10] *Transfer Function*

دالة التحويل بمدخلات احادية ومخرجات احادية :

Single Input – Single Output Transfer Function (SISO)

على إفتراض أن $x(t)$ و $y(t)$ تمثلان سلسلتين مستقرتين في منظومة أحادية المدخلات واحادية المخرجات (SISO) (Single Input – Single Output) فإن هاتين السلسلتين ترتبطان من خلال مرشح خطي هو :

$$y(t) = v(B)x(t) + n(t) \quad \dots\dots(1)$$

$v(B)$: دالة التحويل

$y(t)$: سلسلة المخرجات

$x(t)$: سلسلة المدخلات

$n(t)$: سلسلة الخطأ العشوائي

4- نماذج دالة التحويل العشوائي

Transfer Function– Noise Models

نماذج دالة التحويل احادية

المدخلات احادية المخرجات [3,7,10,12] :-

Single Input-Single Output Transfer Function Models

إن نماذج دالة التحويل العشوائي (TFN) يمكن أن تستخدم لنمذجة منظومة مخرجات احادية (Single Output) أو منظومة مخرجات متعددة (Multiple Output) . ففي حالة الإنموذج بمخرجات احادية فإن ذلك يتطلب معادلة واحدة فقط لوصف المنظومة عند ذلك يدعى إنموذج دالة التحويل بمعادلة احادية ، بينما إنموذج دالة التحويل بمخرجات متعددة يدعى بإنموذج دالة التحويل بمعادلات متعددة أو إنموذج دالة التحويل الأتية (Simultaneous Transfer Function) (STF) . إن إنموذج دالة التحويل لمعادلة احادية ربما يتضمن أكثر من متغير مدخلات كما هو الحال في نماذج الإنحدار المتعدد . فعلى فرض أن المدخلات والمخرجات تمثل كل منهما سلاسل زمنية مستقرة فإن الشكل العام لإنموذج (SISO) :-

Estimation Model

المرحلة الثانية : تقدير الإنموذج

- إيجاد التقديرات الأولية للمعلمات .
- إيجاد التقديرات النهائية للمعلمات .

**Diagnostic Checking
Forecasting**المرحلة الثالثة : إختبار ملائمة الإنموذج
المرحلة الرابعة : إستخدام الإنموذج في التنبؤ

المرحلة الأولى :

- تهيئة سلسلتي المدخلات والمخرجات :

Preparation of Input and Output Series

إن نماذج (B-J) احادية المتغيرات عند تطبيقها على مشاهدات سلسلة زمنية معينة فإنه من الضروري دراسة سلوك مشاهدات تلك السلسلة بشكل دقيق . فعندما تكون البيانات الأصلية للسلسلة غير مستقرة بالتباين فينبغي أخذ التحويلات الملائمة بأستخدام أحد أدوات التحويل (كاللوغاريتمات مثلاً) ، وحينما تكون السلسلة غير مستقرة بالمتوسط فيتم أخذ الفروق للبيانات الأصلية . فضلاً عن ذلك ، إزالة الأثر الموسمي عندما تحتوي السلسلة الزمنية على المركبة الموسمية .

فعلى سبيل المثال عند أخذ الفروق من الرتبة (d) لسلسلة المدخلات في الإنموذج (SISO) فعليه ينبغي أخذ الفرق نفسه لسلسلة المخرجات وذلك لأن دالة التحويل تنقل سلسلة المدخلات الى سلسلة المخرجات . وبذلك يطلق على السلسلتين اللتين تم تحويلهما والتابعتين لدالة التحويل $x(t)$ و $y(t)$ إذ أن :

$$x(t) = (1-B)^d X(t)$$

$$y(t) = (1-B)^d Y(t)$$

- تنقية سلسلة المدخلات : **Prewhitening Input Series**

عند دراسة إنموذج دالة التحويل العشوائي بمدخلات احادية ومخرجات احادية (SISO) ولأجل أن تكون هذه الدالة (TF) ذات طبيعة واضحة بحيث يمكن دراسة خصائصها كافة ، فإنه من الضروري والمفيد أن يكون نظام المدخلات أبسط ما يمكن لكي تتم السيطرة على المدخلات وكذلك المخرجات المقابلة لها . وعليه ينبغي تنقية سلسلة المدخلات لتحويلها الى سلسلة عشوائية تماماً . ويتم ذلك بمطابقة إنموذج (B-J) لسلسلة المدخلات المتمثلة بالشكل الآتي :

$$\phi_x(B) \theta_x^{-1} x(t) = \alpha(t) \quad \text{.....(4)}$$

وبذلك تم تحويل سلسلة المدخلات المرتبطة $x(t)$ الى سلسلة عشوائية غير مرتبطة $\alpha(t)$

- تنقية سلسلة المخرجات : **Prewhitening Output Series**

كما ذكر في الفقرة السابقة بأن دالة التحويل تقوم بنقل المدخلات $x(t)$ الى المخرجات $y(t)$. فعليه أن الأسلوب المطبق في تنقية سلسلة المدخلات $x(t)$ يتم تطبيقه أيضاً لسلسلة المخرجات $y(t)$ وباستخدام التحويل نفسه المطبق لـ $x(t)$ وكما يأتي :

$$\phi_x(B)\theta_x^{-1}(B)y(t)=\beta(t) \quad \dots\dots(5)$$

حيث أن $\beta(t)$ من المفترض أن تكون سلسلة عشوائية غير مرتبطة

• احتساب الارتباطات المتقاطعة لسلاسل المدخلات والمخرجات النقية

Computing Cross Correlation for prewhitening Input and Output Series

يعد الارتباط المتقاطع الأداة الرئيسية في تشخيص نماذج دالة التحويل كما هو الحال في نماذج (ARIMA) احادية المتغيرات عندما يعد الارتباط الذاتي الأداة الأساسية في التشخيص .

• تقدير أوزان دالة إستجابة الدافع :

Estimation of Impulse Response Function Weights

يمكن الحصول على التقديرات المباشرة لأوزان إستجابة الدافع لإنموذج دالة التحويل (SISO) باستخدام المعادلة الآتية :

$$Y(t)=V(B)X(t)+N(t) \quad \dots\dots(6)$$

وعلى افتراض تم أخذ الفرق (d) فإن الصيغة أعلاه يمكن كتابتها بالشكل :

$$y(t)=v(B)x(t)+n(t)$$

حيث أن $y(t)=\nabla^d Y(t)$ ، $x(t)=\nabla^d X(t)$ ، $n(t)=\nabla^d N(t)$ تمثل عمليات مستقرة بمتوسط يساوي صفر .

وبضرب طرفي المعادلة الاخيرة بالمقدار $\phi_x(B)\theta_x^{-1}(B)$ نحصل على :

$$\phi_x(B)\theta_x^{-1}(B)y(t)=v(B)\phi_x(B)\theta_x^{-1}(B)x(t)+\phi_x(B)\theta_x^{-1}(B)n(t)$$

$$\beta(t)=v(B)\alpha(t)+\epsilon(t) \quad \dots\dots(7)$$

إذ أن :

$$\epsilon(t)=\phi_x(B)\theta_x^{-1}(B)n(t) \quad \text{ويمكن كتابة المعادلة (7) بالشكل الآتي :}$$

$$\beta(t)=(v_0+v_1B+\dots+v_kB^k)\alpha(t)+\epsilon(t)$$

$$=v_0\alpha(t)+v_1\alpha(t-1)+\dots+v_k\alpha(t-k)+\epsilon(t) \quad \dots\dots(8)$$

وبضرب طرفي المعادلة بـ $\alpha(t-k)$ وأخذ التوقعات يصبح :

$$E[\alpha(t-k)\beta(t)]=v_0E[\alpha(t-k)\alpha(t)]+v_1E[\alpha(t-k)\alpha(t-1)]+\dots+v_kE[\alpha^2(t-k)]+E[\alpha(t-k)\epsilon(t)]$$

يمكن احتساب التقديرات الأولية لسلسلة الأخطاء $n(t)$ في الإنموذج (SISO) وذلك باستخدام تقديرات الأوزان (v_j) لدالة التحويل $v(B)$.
 إن الإنموذج (SISO) المستقر يأخذ الصيغة الآتية :

$$y(t) = v(B)x(t) + n(t)$$

إذ أن :

$$v(B) = v_0 + v_1B + v_2B^2 + \dots + v_gB^g$$

وبذلك يكون :

$$n(t) = y(t) - v_0x(t) - v_1x(t-1) - \dots - v_gx(t-g)$$

حيث أن (g) قيمة يتم اختيارها من قبل الباحث في التطبيق وذلك بأخذ عدد كافٍ للتحليل عند احتساب سلسلة الخطأ $n(t)$. فضلاً عن ذلك ، فإنه بالإمكان استخدام أسلوب آخر في احتساب قيم السلسلة $n(t)$ وكما

يأتي :

$$n(t) = y(t) - \frac{\omega(B)}{\delta(B)}x(t-b) \quad \dots\dots(12)$$

إذ أن :

$$v(B) = \delta_r^{-1}(B)\omega_s(B)x(t-b)$$

• تشخيص سلسلة الأخطاء $n(t)$ بالإنموذج $ARIMA(p_n, 0, q_n)$:

إن قيم سلسلة الأخطاء $n(t)$ التي تم احتسابها بالمعادلة (12) يتم تحليلها ووصفها بالإنموذج ARIMA احادي المتغيرات . حيث يتم تحديد رتبة الإنموذج من خلال دراسة سلوك دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي . وبالتالي معرفة قيمة كل من (p_n) و (q_n) وذلك وفقاً لطبيعة بيانات سلسلة الأخطاء $n(t)$. وعليه يمكن كتابة إنموذج $n(t)$ بالشكل الآتي:

$$n(t) = \phi_n(B)^{-1} \theta_n(B)a(t) \quad \dots\dots(13)$$

إذ أن :

$$\phi_n(B) : \text{متعدد الحدود لمركبة الإنحدار الذاتي للسلسلة } n(t)$$

$$\theta_n(B) : \text{متعدد الحدود لمركبة المتوسط المتحرك للسلسلة } n(t)$$

$$a(t) : \text{سلسلة البواقي}$$

المرحلة الثانية : تقدير معلمات إنموذج دالة التحويل

• التقديرات الأولية للمعلمات

Preliminary Estimates of Parameters

يمكن إيجاد التقديرات الأولية لمعلمات الإنموذج (SISO) وذلك بأستخدام المعادلة (11) التي تضم أوزان إستجابة الدافع مع الدوال $\delta(B)$ و $\omega(B)$. ولتوضيح ذلك ، نفترض أن دالة التحويل في الإنموذج (SISO) تم تشخيصها بالرتبة $(r,s,b)=(1,1,2)$ فإن أوزان إستجابة الدافع تكون :

$$v_0 = 0$$

$$v_1 = 0$$

$$v_2 = \omega_0$$

$$v_3 = \delta_1 \omega_0 - \omega_1$$

$$v_4 = \delta_1^2 \omega_0 - \delta_1 \omega_1$$

وبعد إحساب تقديرات الأوزان تستخدم في إيجاد التقدير الأولي لمعلمات دالة التحويل وكما يأتي:

$$\omega_0 = v_2$$

$$\delta_1 = v_4 / v_3$$

$$\omega_1 = (v_2 v_4 - v_3^2) / v_3$$

• التقدير النهائي للمعلمات :

Final Estimation of the Parameters

بعد أن تم الحصول على التقديرات الأولية لمعلمات الإنموذج فإنه يتم إستخدام خوارزميات المربعات الصغرى غير الخطية في التقدير النهائي لتلك المعلمات . إن الخوارزمية تبدأ بأول مرحلة للتكرار بالقيم التي تم الحصول عليها بالتقديرات الأولية .

المرحلة الثالثة: إختبار دقة ملائمة الإنموذج **Diagnostic Checking**

بعد تشخيص الإنموذج وتقدير معلماته يتم إجراء اختبارات لمعرفة مدى ملائمة الإنموذج المقدر وذلك من خلال تحديد سلسلة البواقي النهائية $a(t)$. إن هذه المرحلة تتضمن اختبارين هما :

1- التحقق من عشوائية سلسلة البواقي من خلال احتساب معاملات دالة الإرتباط الذاتي لتلك

السلسلة $r_{aa}(k)$. ويستخدم في ذلك إختبار (Box-Pierce) وفق الصيغة الآتية :

$$Q = m \sum_{k=1}^p r_{aa}^2(k) \quad \dots\dots(14)$$

وبناءً عليه تكون سلسلة البواقي عشوائية إذا تحقق أن Q المحسوبة أقل من قيمتها الجدولية تحت مستوى معنوية معين .
 2- التحقق من إستقلالية سلسلة المدخلات النقية $\alpha(t)$ مع سلسلة البواقي $a(t)$ كلاً على حدة . حيث يتم إحتساب الارتباطات المتقاطعة بين السلسلة $\alpha(t)$ وسلسلة البواقي $a(t)$ أي إيجاد $r_{\alpha a}(k)$. ويستخدم في ذلك اختبار (Box-Pierce) وفق الصيغة الآتية :
 إذ أن :

$$S = m \sum_{k=0}^v r_{\alpha a}^2(k) \quad \text{.....(15)}$$

v : أكبر ازاحة مدروسة، وأن $m = n - 1 - n^*$
 n : حجم العينة المدروسة
 n^* : تمثل القيمة العظمى بين $(s + b + p_n)$ و p_x
 P_x : رتبة الإنحدار الذاتي لسلسلة المدخلات $X(t)$
 فإذا تحقق أن قيمة (S) لكل إختبار أقل من قيمتها الجدولية فإن ذلك يعني أن السلسلتين مستقلتان .

Forecasting

المرحلة الرابعة : التنبؤ

يمكن التنبؤ بالإنموذج المدروس من خلال تقديرات قيم سلسلة المخرجات $\{Y(t), Y(t-1), \dots\}$ وتقديرات قيم سلسلة المدخلات $\{X(t), X(t-1), \dots\}$. ولكي يتم الحصول على تنبؤ أمثل باستخدام المعلومات لسلسلة المدخلات وسلسلة المخرجات ينبغي أولاً بناء الإنموذج الذي يربط بين تلك المتغيرات .
 نفترض أن الإنموذج الملائم هو :

$$Y(t) = \delta_r^{-1}(B) \omega_s(B) B^b X(t) + \phi^{-1}(B) \theta(B) a(t) \quad \text{.....(16)}$$

ونفترض أيضاً:

$$v(B) = \delta_r^{-1}(B) \omega_s(B) B^b \phi_x^{-1}(B) \theta_x(B)$$

$$\psi(B) = \phi^{-1}(B) \theta(B)$$

وتأسيساً على ذلك فإن الإنموذج (16) يمكن كتابته بالشكل الآتي :

$$Y(t) = v(B)\alpha(t) + \psi(B)a(t) \quad \dots\dots(17)$$

ونفترض أن القيمة التنبؤية لـ $Y(t+L)$ للإبموذج (SISO) عند النقطة الأصلية (t) هي $\hat{Y}_t(L)$ التي تحسب كما يأتي :

$$\hat{Y}_t(L) = \sum_{j=0}^{\infty} v^0(L+j)\alpha(t-j) + \sum_{j=0}^{\infty} \psi^0(L+j)a(t-j)$$

6- الجانب التطبيقي

تم تطبيق نماذج السلاسل الزمنية باستخدام إبموذج دالة التحويل احادي المدخلات - احادي المخرجات. وأن البيانات المستخدمة تضم مشاهدات سلسلتين زمنيتين حجم كل منها يساوي (60) مشاهدة شهرية للفترة من عام (2005) ولغاية (2009). وأن هذه البيانات تخص فجوة الطلب للعملة الاجنبية ومبيعات البنك المركزي العراقي من العملة الأجنبية. وقد أشارت الدراسة إن سلسلة المدخلات تتمثل بفجوة الطلب $X(t)$ بينما سلسلة المخرجات تتمثل بمبيعات البنك المركزي العراقي للعملة الأجنبية $Y(t)$.

مراحل بناء الأنموذج SISO :

المرحلة الاولى : تشخيص دالة التحويل:

وتشتمل هذه المرحلة على (6) مراحل جزئية. لذا سيتم البدء بتطبيقها على دالة التحويل وكما يأتي :

- تهيئة سلسلتي المدخلات $X(t)$ و $Y(t)$:-

تم رسم سلسلة المدخلات (فجوة الطلب) وسلسلة المخرجات (المبيعات) كما في الشكلين (1) و(2) على التوالي. وفيما يخص سلسلة المدخلات $X(t)$ لوحظ أن السلسلة مستقرة بالتباين الى حد ما عدا وجود مشاهدة واحدة خارجة عن نمط السلسلة وعند أخذ التحويلات الملائمة للسلسلة فإنه لم يحصل أي تغير يستحق الأهتمام في الشكل. ومن جهة اخرى، فإن السلسلة غير مستقرة في المتوسط وبذلك تم أخذ الفرق الاول للمشاهدات، إضافة الى احتساب معاملات دالة الارتباط الذاتي ورسمها. حيث لوحظ أن جميع هذه المعاملات تقع داخل حدود الثقة بعد الازاحة الاولى مما يشير الى أن السلسلة أصبحت مستقرة بعد أخذ الفرق الاول.

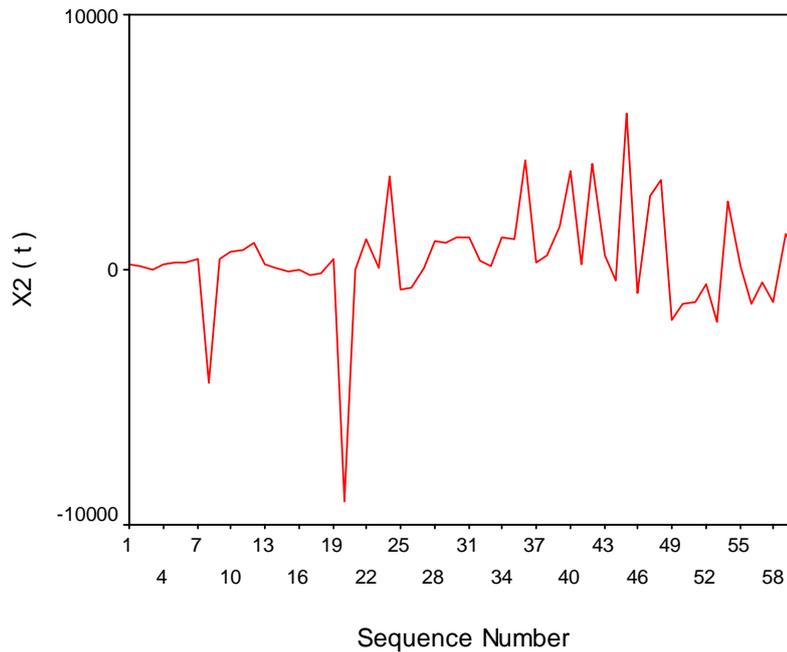
- تنقية سلسلة المدخلات $x(t)$:-

لتنقية سلسلة المدخلات فإنه ينبغي مبدئياً تحديد الانموذج الملائم لها. وبذلك تم احتساب معاملات دالة الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي كما في الشكلين (3) و(4). ومن خلال الشكلين المذكورين فإنه من الصعب تحديد الانموذج الملائم لسلسلة المدخلات لكون هذه الارتباطات لا تسلك السلوك النظري اعتماداً على منهجية (B-J)، وعليه فقد تم استخدام اسلوب التجريب لتحديد الانموذج وذلك بتوفيق مجموعة من النماذج المقترحة من قبل الباحثة كما في الجدول (1) و بالتالي إيجاد الانموذج الملائم بالاعتماد على المعايير

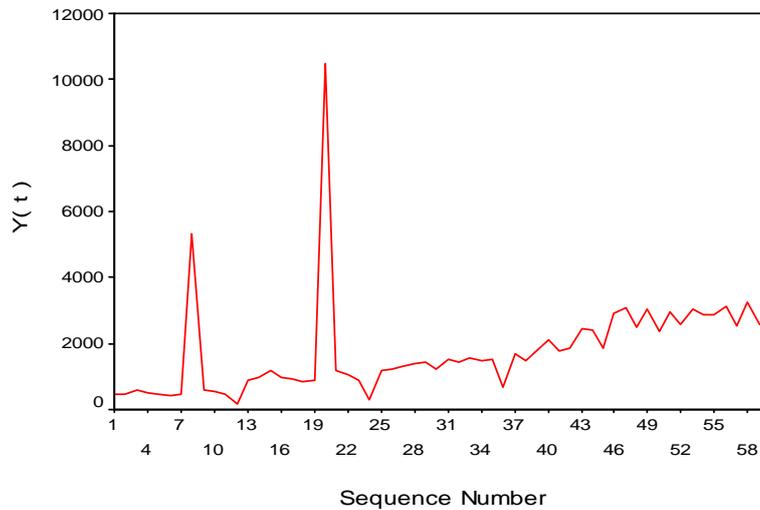
وهي معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومعيار اكيكي القياسي (NAIC) ومعيار معلومات بيز القياسي (NBIC) .
ومن خلال الجدول (1) يتبين أن الامتداد الملائم هو $ARIMA(1,1,2)$ لكونه اعطى اقل قيمة للمعايير الثلاثة ، وأن صيغته التقديرية :

$$(1 + 0.8839B)x(t) = (1 + 0.0517B - 0.9313B^2)\alpha(t)$$

شكل (1) يبين قيم مشاهدات فجوة الطلب للعملة الاجنبية للسنوات 2005-2009
(سلسلة المدخلات $X(t)$)



شكل (2) يبين قيم مشاهدات مبيعات البنك المركزي العراقي للعملة الاجنبية (بالملايين) 2005-2009
(سلسلة المخرجات $Y(t)$)



جدول (1) يبين عدداً من النماذج المطبقة على سلسلة فجوة الطلب مع بعض تقديرات معايير دقة إختيار الإتمودج .

Ser.	Models	MSE	NAIC	NBIC
1	ARIMA(1 , 1 , 0)	6.371846 E+6	15.702	15.73
2	ARIMA(1 , 1 , 1)	4.660907 E+6	15.438	15.497
3	ARIMA(0 , 1 , 1)	4.891906 E+6	15.374	15.473
4	ARIMA(2 , 1 , 0)	5.277912E+6	15.549	15.621
5	ARIMA(2 , 1 , 1)	4.744355 E+6	15.480	15.588
6	ARIMA(2 , 1 , 2)	4.498513 E+6	15.465	15.611
7	ARIMA(0 , 1 , 2)	4.660756 E+6	15.425	15.497
8	ARIMA(1 , 1 , 2)	4.206637 E+6	15.359	15.468
9	ARIMA(3 , 1 , 0)	5.367236 E+6	15.603	15.711
10	ARIMA(3 , 1 , 1)	4.549067 E+6	15.476	15.622
11	ARIMA(1 , 1 , 3)	4.500173 E+6	15.465	15.611

إذ تم الحصول على مشاهدات السلسلة العشوائية $\alpha(t)$ كما يأتي :

$$(1 + 0.8839B) x(t) = (1 + 0.0517B - 0.9313B^2) \alpha(t)$$

$$\alpha(t) = x(t) + 0.8839 x(t - 1) - 0.0517\alpha(t - 1) + 0.9313 \alpha(t - 2)$$

وعلى فرض أن $\alpha(1) = 0$ فإن :

$$\begin{aligned}\alpha(2) &= x(2) + 0.8839x(1) - 0.0517\alpha(1) + 0.9313\alpha(0) \\ &= -83 + 0.8839(0) - 0.0517(0) + 0.9313(0) = -83 \\ \alpha(3) &= x(3) + 0.8839x(2) - 0.0517\alpha(2) + 0.9313\alpha(1) \\ &= -93 + 0.8839(-83) - 0.0517(-83) + 0 = -162.1 \\ \alpha(4) &= 22.9\end{aligned}$$

• تنقية سلسلة المخرجات $y(t)$:

إن ما طبق على سلسلة المدخلات $x(t)$ يطبق على سلسلة المخرجات $y(t)$ وذلك حفاظاً على استقامة دالة التحويل حيث سيتم تطبيق النموذج $ARIMA(1,1,2)$ وبالمعلمت نفسها وكما يأتي :

$$(1 + 0.8839B)y(t) = (1 + 0.0517B - 0.9313B^2)\beta(t)$$

ويمكن الحصول على السلسلة العشوائية النقية $\beta(t)$.
وعلى فرض أن $\beta(1) = 0$ فإن :

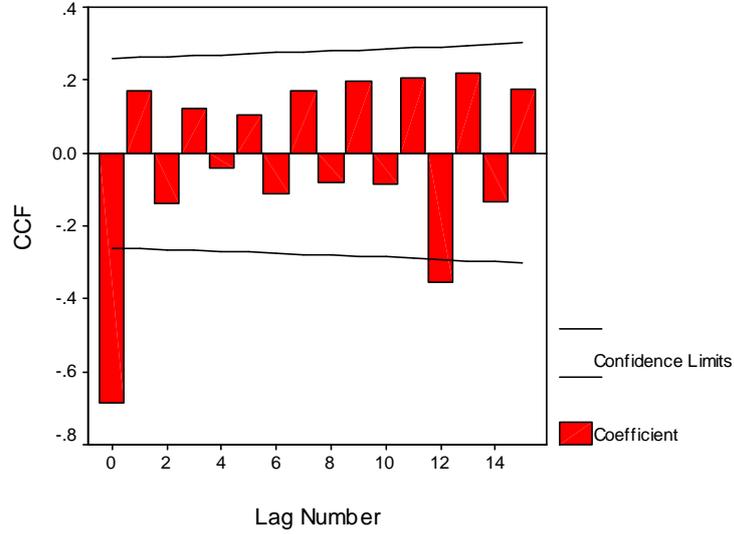
$$\begin{aligned}\beta(t) &= y(t) + 0.8839y(1) - 0.0517\beta(1) + 0.9313\beta(0) \\ &= 33 + 0.8839(0) - 0 = 33 \\ \beta(3) &= y(3) + 0.8839y(2) - 0.0517\beta(2) + 0.9313\beta(1) \\ &= 113 + 0.8839(33) - 0.0517(33) + 0 = 140.5 \\ \beta(4) &= 29.4\end{aligned}$$

• احتساب الارتباطات المتقاطعة بين السلسلتين $\alpha(t)$ و $\beta(t)$:

تم احتساب الارتباطات المتقاطعة بين السلسلتين $\alpha(t)$ و $\beta(t)$ بعدد من الازاحات قدرها (16) ازاحة تبدأ من الازاحة (صفر) وتنتهي بالازاحة (15) والنتائج مبينة كما في الجدول (2) . ومن ثم رسم هذه الارتباطات في الشكل (6) . ومن خلال ملاحظة الشكل يتضح أن قيمة الارتباط المتقاطع عند الازاحة صفر أي $r_{\alpha\beta}(0)$ معنوية بدرجة عالية مما يعطي إنطباعاً

أن قيمة $(b = 0)$ وأن قيم الارتباطات بشكل عام تتناقص بدءاً من الازاحة (صفر) وحتى الازاحة (4) وتتناوب بالاشارة بانتظام ثم تأخذ القيم بالتزايد مما يشير بشكل مبدي أن $(r = 1)$. أما قيمة (s) فإنه يصعب القرار بشأنها .

شكل (6) يبين رسم قيم الارتباط المتقاطع بين السلسلتين $\alpha(t)$ و $\beta(t)$



• التقدير المباشر لأوزان استجابة الدافع :
 تم احتساب أوزان استجابة الدافع حيث كانت قيمة الانحراف المعياري لكل من السلسلتين $\alpha(t)$ و $\beta(t)$ تساوي (2115.83) و (1715.33) على التوالي وبذلك يكون:

$$v_k = \frac{r_{\alpha\beta}(k)S_\beta}{S_\alpha} = r_{\alpha\beta}(k) \frac{171533}{211583} = (0.811)r_{\alpha\beta}(k)$$

$$v_0 = (0.811)r_{\alpha\beta}(0) = (0.811)(-0.687) = -0.557$$

$$v_1 = (0.811)r_{\alpha\beta}(1) = (0.811)(0.172) = 0.139$$

حيث يلاحظ أيضاً أن نمط أوزان استجابة الدافع تشابه نمط قيم الارتباطات المتقاطعة .
 • تحديد قيم (r, s, b) لدالة التحويل : تم تجريب عدة نماذج مع استخدام متوسط

مربعات الخطأ MSE لأن عند احتساب الارتباطات المتقاطعة بين السلسلتين $\alpha(t)$ و $\beta(t)$ لم يتم تحديد قيمة (s) . تم زيادة في التأكيد فقد تم تجريب عدد من النماذج كما في الجدول (3) مع قيمة متوسط مربعات الخطأ (MSE) . ومن هذا الجدول يتبين أن الإنموذج الملائم جاء متوافقاً مع التشخيص الاولي حيث اعطى أقل قيمة لـ (MSE) .

جدول (2) يبين تقديرات قيم الارتباطات المتقاطعة بين السلسلتين $\alpha(t)$ و $\beta(t)$ لعدد من الازاحات مع أوزان استجابة الدافع المقابلة لها.

Lag	Cross Corr.	Vj	Lag	Cross Corr.	Vj
0	-0.687	-0.557	8	-0.080	-0.065-
1	0.172	0.139	9	0.198	0.161
2	-0.140	-0.114	10	-0.084	-0.068
3	0.122	0.099	11	0.208	0.169
4	-0.043	-0.035	12	-0.353	-0.286
5	0.106	0.086	13	0.220	0.178
6	-0.113	-0.092	14	-0.132	-0.107
7	0.169	0.137	15	0.174	0.141

جدول (3) يبين عدداً من النماذج المطبقة و تقديرات متوسط مجموع مربعات البواقي لكل إنموذج

Re p.	r s b	Models	MSE
0	0 0 0	$Y(t) = \omega_0 x(t)$	E+6 1.901650

1	0 1 0	$Y(t) = \omega_0 x(t) - \omega_1 x(t-1)$	2.149633 E+6
2	0 2 0	$Y(t) = \omega_0 x(t) - \omega_1 x(t-1) - \omega_2 x(t-2)$	E+6 2.351826
3	1 0 0	$Y(t) - \delta_1 Y(t-1) = \omega_0 x(t)$	E+6 1.729921
4	1 1 0	$Y(t) - \delta_1 Y(t-1) = \omega_0 x(t) - \omega_1 x(t-1)$	E+6 1.695242
5	1 2 0	$Y(t) - \delta_1 Y(t-1) = \omega_0 x_2(t) - \omega_{12} x_2(t-1) - \omega_2 x(t-2)$	1.709168 E+6
6	2 0 0	$Y(t) - \delta_1 Y(t-1) - \delta_2 Y(t-2) = \omega_0 x(t)$	E+6 1.892024
7	2 1 0	$Y_2(t) - \delta_1 Y(t-1) - \delta_2 Y(t-2) = \omega_0 x(t) - \omega_1 x(t-1)$	E+6 2.334455
8	2 2 2	$Y(t) - \delta_1 Y(t-1) - \delta_2 Y(t-2) = \omega_0 x(t) - \omega_1 x(t-1) - \omega_2 x(t-2)$	E+6 2.173067

• تشخيص سلسلة الأخطاء $n(t)$ بالانموذج $ARIMA(P_n, 0, q_n)$:

بعد الحصول على سلسلة الأخطاء تم تحليل هذه السلسلة باستخدام دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي كي يتسنى تشخيصها بالانموذج $ARIMA(P_n, 0, q_n)$. ومن خلال ملاحظة الارتباطات الذاتية للسلسلة الأخطاء تبين أن هذه الارتباطات غير معنوية وأنها تتناقص ثم تتزايد تدريجياً ومن جهة أخرى يمكن الملاحظة أن الارتباطات الذاتية الجزئية لأخطاء تسلك السلوك نفسه وعليه يبدو أن التشخيص غير واضح بشكل قاطع لذلك فقد تم اختيار مجموعة من النماذج واعتماد المعايير الثلاثة التي ذكرت (NBIC, NAIC, MSE). وتبين أن الانموذج $ARIMA(0, 0, 2)$ هو الأنموذج الأكثر ملائمة لكونه اعطى أقل القيم للمعايير الثلاثة وبذلك يكون:

$$n(t) = (1 - 0.923B - 0.048B^2)a(t)$$

المرحلة الثانية : تقدير الانموذج (SISO)

• التقديرات الاولية للمعلمات :

أن الإنموذج الذي تم تشخيصه في الفقرات السابقة يكون :
 $[Lag(0)N(1)/D(1)]$
 الذي صيغته كما يأتي :

$$y(t) = \frac{(\omega_0 - \omega_1 B)}{(1 - \delta_1 B)} x_2(t) + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2) a(t)$$

وبعد تقدير معلماته بالاعتماد على التقديرات الاولية التي تم احتسابها في الفقرات السابقة التي تساوي كما يأتي :

جزء دالة التحويل	جزء الخطأ العشوائي
$\omega_0 = -0.557$	$\theta_1 = 0.9233$
$\omega_1 = 0.3178$	$\theta_2 = 0.0480$
$\delta_1 = -0.820$	

• التقديرات النهائية للمعلمات :

تم استخدام الخوارزميات غير الخطية لتقدير معلمات الإنموذج النهائي ابتداءً بقيم التقديرات الاولية والاعتماد على أقل قيمة لمعيار متوسط مربعات الخطأ (MSE). وبذلك أمكن الحصول على التقديرات النهائية للمعلمات التي اعطت أقل قيمة لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) وكما يأتي :

$$y(t) = \frac{(-0.510 - 0.304 B)}{(1 + 0.628 B)} x(t) + (1 - 0.951 B + 0.119 B^2) a(t)$$

المرحلة الثالثة : اختبار دقة ملائمة الإنموذج

بعد تقدير معلمات الانموذج SISO يتم التحقق من دقة ملائمة الإنموذج المقدر وذلك من خلال تحديد قيم سلسلة البواقي النهائية $a(t)$ وبالتالي اجراء الإختبارات التي ذكرت سابقاً . ويمكن حساب السلسلة $a(t)$ باستخدام الصيغة التقديرية وكما يأتي :

$$y(t) = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} x(t) + \theta(B) a(t)$$

$$\delta(B)\theta(B) a(t) = \delta(B) y(t) - \omega(B) x(t) \quad \text{وعليه يكون :}$$

وقد تم حساب الارتباطات الذاتية للبواقي واستخدم اختبار (Box-Pierce) لتحديد ما اذا كانت قيم الارتباطات الذاتية معنوية أم لا؟

تحليل الارتباطات المتقاطعة بين السلسلتين $\alpha(t)$ و $a(t)$:

تم احتساب معاملات الارتباط المتقاطع بين السلسلتين $\alpha(t)$ و $a(t)$ وذلك لتأكد من استقلالية السلسلتين $\alpha(t)$ و $a(t)$ كما في اختبار (Box-Pierce) .

Ser.	Models	MSE	NAIC	NBIC
1	<i>Univariate ARIMA (0 , 1 , 1)</i>	2.220910 E+6	14.648	14.682
3	<i>(X and Y) SISO</i>	1.609008 E+6	14 .641	14.637

8- الاستنتاجات : Conclusions

- بعد التحليل الاحصائي للبيانات المستخدمة في الدراسة وتوظيفها في تطبيق الانموذج (SISO) فإنه امكن التوصل لما يأتي :
- أ- ان السلاسل الزمنية التي استخدمت في التحليل كانت مستقرة في التباين الى حد ما ولذلك فهي لا تحتاج الى اجراء تحويلات . ومن خلال دراسة معاملات دالة الارتباط الذاتي لكل سلسلة وجد انها غير مستقرة في المتوسط ، ولتحسين الاستقرار تم اخذ الفرق الاول الاعتيادي لسلسلة المدخلات و $X(t)$ وسلسلة المخرجات $Y(t)$ ، كما انه لم يلاحظ وجود أية تأثيرات موسمية في هذه السلاسل .
- ب- انموذج ARIMA احادي المتغيرات ، حيث كانت صيغته التقديرية :

$$(1 - B)Y(t) = (1 - 0.8837B)a(t)$$

وان قيمة متوسط مربعات الخطأ تساوي (2.220910E+6) .

ج _ ان انموذج SISO بسلسلة مدخلات $X(t)$ وسلسلة مخرجات $Y(t)$ ، حيث كانت صيغته التقديرية :

$$y(t) = \frac{(-0.510 - 0.303B)}{(1 + 0.628B)} x_2(t) + (1 - 0.951B + 0.119B^2)a(t)$$

وان قيمة متوسط مربعات الخطأ تساوي (1.609008E+6) .

9- المصادر

- [1] Box , G.E.P. & Jenkins , G . M . (1970) .Time Series Analysis Forecasting and Control,1st ed., Holden-Day,San Francisco
- [2] Box , G.E.P. & Jenkins , G . M . (1976) .Time Series Analysis : Forecasting and Control,2nd ed., Holden-Day,San Francisco .
- [3] Box , G.E.P., Jenkins , G.M. and Reinsel , G.C. (1994) .Time Series Analysis : Forecasting and ,Holden-Day,San Francisco
- [4] Box , G.E.P., Jenkins , G.M. and Reinsel , G.C. (2008). Time Series Analysis: Forecasting ,Holden-Day,San Francisco .
- [5] Edlund,P.O.(1984) ." Identification of The Multi - Input Box Jenkins Transfer Function Model", Journal of Forecasting, NO.3 , P(297-308) .
- [6] Liu , L.M. and Hudak , G.B. (1985) . " Uinified Econometric Model Building Using Simulation Transfer Function Equations "Time Series Analysis : Theory and Practice , NO.7 , PP(277-288)
- [7] Makridakis , S. , Wheel Wright , S . C . & Hyndman , R.J. (1983). "Forecasting Methods and Applications " , John Wiley and Sons ,Inc . Publication , New York , USA.
- [8] Olason , T. & Wah , W.(1986). " Multivariate Transfer Function cNoise Model of River flow for Hydropower Operation", Nordi Hydrology , NO.17 , PP (185-202) .
- [9] Schlink , U. , John , S. and Herbarth , O. (2002) ." Transfer Function Models Predicting Ozone in Urban Air " , Germany
- [10] Tiao , G.C. and Box , G.E.P.(1981). "Modeling Multiple Times Series with Applicat" , JASA , vol.76 , No ion.376 , pp(802-816) .
- [11] Wei , W.W.S.(2006) . Time Series Analysis Univariate & Multivariate Methods ,Second Edition,Addison-Wesley Publishing (189)

-
- Company, Inc. , New York , USA .
- [12] Wei , W.W.S.(1990). **Time Series Analysis Univariate & Multivariate Methods , First Edition , Addison-Wesley Publishing Company , Inc. , New York , USA .**
- [13] Wright , J.D. , and Bacon , D.W. (1974) . **"Statistical Identification of Dynamic Behavior of a Dual Input Heat Exchanger Network" ,*Can .J.Chem.* ,vol. 52, pp (405-414) .**